

Lista nr 8

(poziom podstawowy)

Zad. 1 (3 pkt.) W trójkącie prostokątnym o obwodzie równym 60 cm, tangens jednego z jego kątów ostrych wynosi $\frac{5}{12}$. Znajdź pole tego trójkąta oraz długość wysokości opuszczonej na przeciwprostokątną.

Zad. 2 (3 pkt.) Napisz równanie prostej, która jest prostopadła do cięciwy AB okręgu i która przechodzi przez środek tego okręgu wiedząc, że $A = (8, -11)$ oraz $B = (10, 3)$.

Zad.3 (4 pkt.) W trójkącie równobocznym połączono środki wszystkich trzech wysokości otrzymując w ten sposób nowy trójkąt. Oblicz iloraz pól obu trójkątów.

Zad. 4 (4 pkt.) W czworokącie $ABCD$ przekątne przecinają się pod kątem prostym. Udowodnij, że

$$|AB|^2 + |CD|^2 = |BC|^2 + |DA|^2.$$

Zad. 5 (4 pkt.) Wyznacz równanie symetralnej odcinka AB, gdzie $A = (-2, 2)$ oraz $B = (4, 4)$. Prosta AB oraz prosta o równaniu $3x - 2y - 11 = 0$ przecinają się w punkcie C. Znajdź współrzędne punktu C.

Zad. 6 (4 pkt.) W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że jego sinus jest równy $\frac{1}{3}$. Wyznacz cosinus kąta nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy.

Zad. 7 (4 pkt.) Wysokość ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego trójkątnego wynosi $4\sqrt{3}$. Oblicz objętość ostrosłupa wiedząc, że jego ściana boczna nachylona jest do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° .

Zad. 8 (4 pkt.) W okręgu o promieniu 10 cm poprowadzono cięciwę, która opiera się na łuku o kącie środkowym równym 120° . Jaka jest odległość tej cięciwy od środka okręgu.

Zad. 9 (4 pkt.) Podstawa trójkąta równoramiennego wynosi 12, a ramię ma długość 10. W trójkąt ten wpisano prostokąt, którego stosunek boków jest równy 1:4. Znajdź długości boków prostokąta, jeżeli krótszy bok wpisanego prostokąta zawiera się w podstawie trójkąta.

Zad. 10 (3 pkt.) Oblicz pole dziesięciokąta foremnego wpisanego w okrąg o promieniu 8.

Zad. 11 (3 pkt) Podstawą ostrosłupa jest prostokąt o bokach 6 cm i 8 cm. Każda krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° . Oblicz pole powierzchni ostrosłupa.

Zad. 12 (3 pkt.) Każdą krawędź sześcianu wydłużono o 2 cm, co podwoiło długość jego przekątnej. Wyznacz pole powierzchni sześcianu po powiększeniu.

Zad. 13 (3 pkt.) W pewnej klasie 30% uczniów otrzymało piątkę ze sprawdzianu z matematyki, 40% otrzymało czwórkę, zaś 8 uczniów otrzymało trójkę. Pozostali otrzymali ocenę dopuszczającą. Ilu uczniów otrzymało piątkę, jeżeli średnia ocen wynosiła 3,9?

Zad. 14 (5 pkt.) W pewnej firmie przychód ze sprzedaży x sztuk towaru wyraża się zależnością $P(x) = 150x$, Koszty produkcji określa zaś wzór $K(x) = x^2 + 50x + 1600$. Napisz wzór funkcji $Z(x)$ zależności zysku zakładu od wielkości produkcji x wiedząc, że zysk jest różnicą między przychodem a kosztami produkcji. Przy jakiej wielkości produkcji zysk jest zerowy? Jaka wielkość produkcji daje największy zysk? Jaki jest koszt produkcji w przypadku, gdy zysk jest największy?